

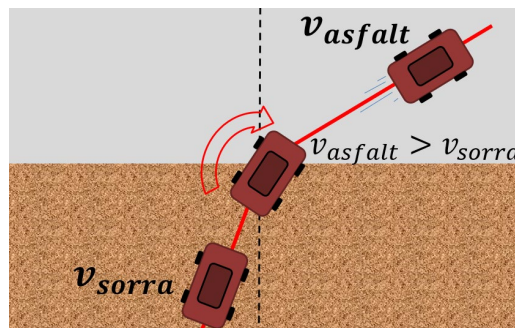
## Jugant amb la llum



Willebrord Snellius va guardar curiosament el seu quadrant. Ja havia recorregut les tretze esglésies més altes de la seva Holanda natal. Només li faltava una. Quan acabés podria mesurar amb una gran precisió la circumferència de la terra. El cert és que es va equivocar de ben poc... un 3,5%. Un èxit tenint en compte que l'experiment es va fer el 1615! De totes maneres, Snellius, no ha passat a la història per aquest experiment, sinó pels seus estudis de la refracció de la llum.

## Una mica de teoria

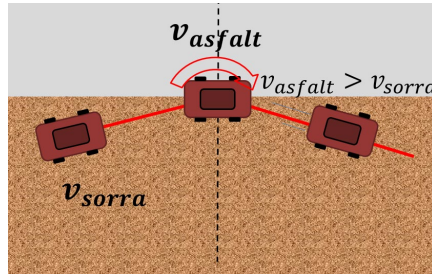
Snellius no va publicar mai els seus estudis sobre la refracció de la llum. Malgrat això el seu nom, traduït a l'anglès, estarà per sempre més relacionat amb l'equació que ens diu com canvia la direcció d'un raig de llum en passar d'un material a un altre. La llei de Snell. I per entendre com funciona aquesta llei, us convidem a una cursa de cotxes...



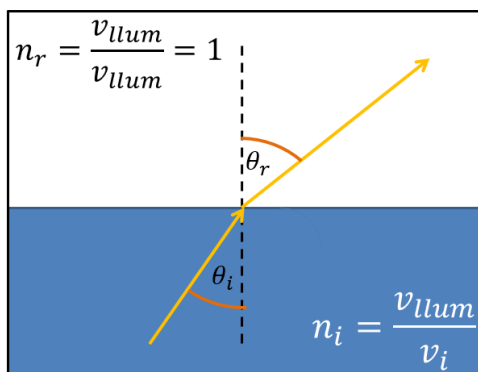
La pilot d'un cotxe de rally està accelerant a fons per sortir de la sorra com més aviat millor i anar a l'asfalt. A la sorra el cotxe va molt lent, però així que arribi a l'asfalt augmentarà la seva velocitat. Per fi podrà recuperar el temps perdut! Malauradament la trajectòria del cotxe està inclinada respecte a la perpendicular que separa la sorra de l'asfalt.

Per fi arriba a l'asfalt. Però com que la roda esquerra arriba primer que la roda dreta, aquesta roda avança per l'asfalt més ràpid que la roda dreta... i això fa girar lleugerament el cotxe cap a la dreta. Un cop les quatre rodes estan a l'asfalt, el cotxe tornarà a avançar en línia recta... i molt més ràpid que a la sorra. Per tant **a causa del canvi de la velocitat del cotxe, la seva trajectòria ha canviat** en passar de la sorra a l'asfalt.

Imaginem ara que la trajectòria que porta el cotxe a la sorra és molt, molt obliqua. En aquest cas pot passar que el cotxe no arribi a sortir mai de la sorra: quan les rodes toquin l'asfalt, faran que el cotxe giri cap a la dreta tant que tornarà a entrar a la sorra.



Una cosa molt i molt semblant passa amb la llum<sup>1</sup>. Abans de continuar, però, tenim una qüestió gairebé estètica: la velocitat de la llum que viatja per qualsevol material és un número molt gran. Per aquesta raó, definirem un nombre molt més petit que ens diu quants cops més ràpid viatja la llum en el buit que en el material que hem escollit. L'anomenarem "índex de refracció",  $n$ . Per tant si un material com l'aigua tingués un índex de refracció  $n=2$ , vol dir que la llum viatja el doble de ràpid en el buit que en l'aigua.



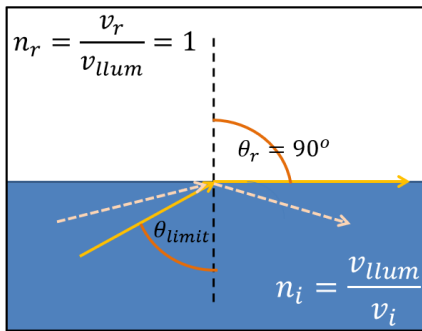
Ara ja podem mirar que passa amb un raig de llum que intenta sortir, per exemple, d'un llac cap a l'aire. L'índex de refracció de l'aigua serà més gran que  $n = 1$ . De fet, depenent de la composició és aproximadament  $n_{aigua} = 1,3$ .

L'angle amb què intenta sortir el raig de llum de l'aigua el contarem a partir de la perpendicular de la superfície de l'aigua, i l'anomenarem angle incident  $\theta_i$ .

L'angle amb el que surt de l'aigua el raig de llum l'anomenarem  $\theta_r$ . Tenint en compte que l'índex de refracció de l'aire és gairebé 1, podem relacionar els dos angles i els dos índexs de refracció utilitzant la llei de Snell:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$$

<sup>1</sup> Tan semblant que la demostració de la llei de Snell és molt i molt similar a analitzar el moviment de les rodes esquerra i dreta del cotxe!



Arribarà un moment, però, en què l'angle de la llum incident serà prou gran perquè l'angle de sortida sigui de  $\theta_r = 90^\circ$ . Aquest és el moment a partir del qual el raig ja no pot sortir de l'aigua i rebotarà, tal com li passava al cotxe. Aquest angle s'anomena angle límit  $\theta_{limit}$ , es produeix quan  $\theta_r = 90^\circ$  i per tant quan  $\sin \theta_r = \sin 90^\circ = 1$ , substituïnt a la llei de Snell:

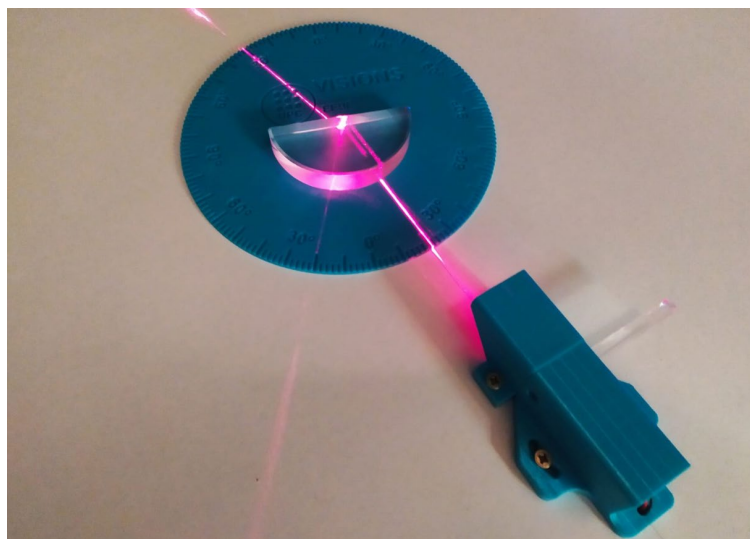
$$n_i \sin \theta_{limit} = n_r \sin 90^\circ \quad \text{i per tant} \quad \sin \theta_{limit} = \frac{n_r}{n_i}$$

## El nostre experiment

L'objectiu del nostre experiment és calcular l'índex de refracció del vidre i l'angle límit a partir del qual la llum no pot escapar.

Per fer la mesura tindrem una lent en forma de semicercle perfecte sobre la que farem incidir la llum d'un làser. Un cop dintre de la lent, variarem la seva orientació per tal de mesurar com canvia la direcció de la llum i a partir de quin angle la llum es reflecteix.

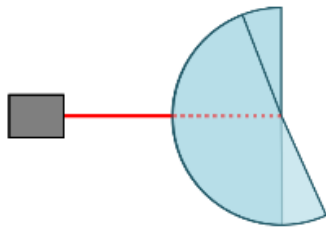
Fixeu-vos que nosaltres farem incidir la llum per la part rodona de la lent del vidre... això és el mateix que estar "dintre del vidre" amb el llum el làser. Per què? Per què si us fixeu, la llum, en incidir sobre la part rodona ho fa sempre apuntant al centre de la lent. D'aquesta forma, donat que la incidència es fa perpendicularment a sobre de la seva superfície, el raig làser no canvia la seva trajectòria.



# Mesurem!

Abans de començar comprovem que pitjant el botó que trobareu a la taula, s'encén el làser. Si no ho fa, aviseu a la monitora o al monitor. Comproveu també que la lent està correctament situada en el suport i que la seva "panxa" està orientada cap al làser.

## Comencem l'experiment!



- Poseu la lent de forma que la fletxa del suport de la lent marqui angle zero: La part recta de la lent serà perpendicular a la llum làser.
- Polseu el botó que encén el làser. El raig de llum no hauria de variar la seva trajectòria.
- Gireu ara el suport tot augmentant l'angle incident fins a  $\theta_i = 10^\circ$ .

- Mesureu l'angle amb què surt la llum de la lent amb el cercle graduat imprès en la taula. Apunteu el valor a la taula que trobareu més endavant.
- Deixeu de polsar l'interruptor per tal d'apagar la llum làser.
- Augmenteu l'angle incident  $10^\circ$ , per tant l'angle incident serà  $\theta_i = 20^\circ$ .
- Encengueu el làser, mesureu l'angle del raig refractat i apagueu el làser.
- Repetiu l'experiment fins que el llum del làser surti rebotada. És a dir, quan l'angle incident sigui més gran que l'angle límit  $\theta_i > \theta_{limit}$ .
- Anoteu quin és aquest angle límit aproximad al final de la taula que us presentem a continuació.

$\theta_i$	$\theta_r$	$\sin \theta_i$	$\sin \theta_r$	$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$
$\theta_i = 10^\circ$				
$\theta_i = 20^\circ$				
$\theta_i = 30^\circ$				
$\theta_i = 40^\circ$				
$\theta_i = 50^\circ$				
<i>mitjana</i>				<b>n =</b>

Angle límit aproximad

$\theta_l =$  .

# Analitzem!

Hem mesurat l'angle del raig refractat  $\theta_r$  per tota una sèrie d'angles incidents  $\theta_i$ . Ara podem calcular l'índex de refracció per a cada parella d'angles ( $\theta_r, \theta_i$ ) aïllant l'índex de refracció de la llei de Snell:

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

Els valors dels índexs de refracció els podeu escriure en la taula de la pàgina anterior. Un cop calculats feu la mitjana per tal de tenir un valor el més acurat possible de l'índex de refracció del vidre.

Un cop hem calculat l'índex de refracció, podem calcular l'angle límit a partir de l'índex de refracció que hem obtingut:

$$\theta_{limit} = \arcsin \frac{n_r}{n_i} =$$

Aneu amb compte! L'índex de refracció  $n_i$  és del raig incident, és a dir, l'índex de refracció del vidre, i  $n_r$  és l'índex de refracció un cop el raig ha sortit a l'aire, per tant  $n_r = 1$ .

I ara ve la pregunta del milió:

*És l'angle límit que heu calculat similar al que heu mesurat a l'experiment?*

## Vull saber més!

### ...Com de ràpid va la llum en el vidre?

La velocitat de la llum en el buit és  $v_{llum} = c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ . On ara ja escrivim la velocitat de la llum amb la lletra que s'utilitza normalment<sup>2</sup>, la lletra c. Això vol dir que, utilitzant la definició d'índex de refracció  $n = \frac{c}{v_{vidre}}$  podem calcular la velocitat de la llum al vidre.

### ...Un mètode més curós per calcular l'índex de refracció n?

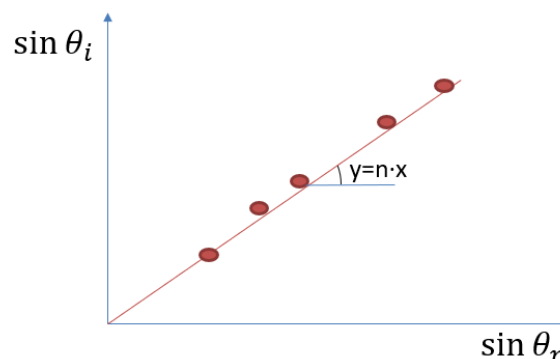
Als científics ens agrada "veure" els nostres resultats més que mirar "nombres". Hem de confessar que en un article científic, el primer que es miren són les gràfiques que han de ser clares, netes i explicatives. Anem a fer el mateix nosaltres. Per això agafem la taula que hem fet, i en comptes de calcular la mitjana per trobar l'índex de refracció farem el següent.

$$\sin \theta_i = n \cdot \sin \theta_r$$

Imaginem ara que fem un petit canvi de noms: a  $\sin \theta_r$  l'anomenem  $x$ , i al sinus de l'angle incident  $\sin \theta_i$  l'anomenarem  $y$ . És molt important entendre que no estem fent res de l'altre món, només canviar noms!<sup>3</sup> Amb aquest canvi de noms, la llei de Snell l'escrivim com... atenció:

$$y = n \cdot x$$

Per tant si representem  $x$  en funció d' $y$ , és a dir, el sinus de l'angle refractat en funció del sinus de l'angle incident el que obtindrem serà una recta: i el pendent serà l'índex de refracció! Per fer la gràfica us deixem a la pàgina següent un paper mil·limetrat.



<sup>2</sup> I perquè la lletra C? Doncs perquè Albert Einstein va començar a utilitzar-la per designar la velocitat (en llatí "Celeritas") de la llum. No va ser el primer a fer-ho, però sí el científic més important que ho va fer!

<sup>3</sup> En concret estem fent el que en matemàtiques s'anomena un "canvi de variables". Una eina molt potent per simplificar càlculs complicats.

