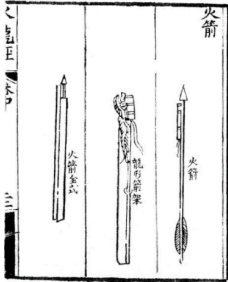


Viatjant en coet d'aigua



Xina, any 969. Dinastia Song. En Feng Zhisheng estava a càrrec de la gran cerimònia de benvinguda de l'emperador. Va carregar amb molta cura un tub de bambú amb carbó vegetal, sofre i la pols que havien obtingut després de regar amb orins una barreja de restes animals. Va segellar el tub. Quan es va apropar la comitiva va calar foc a la barreja, i es va produir la tragèdia. El tub de bambú havia d'escopir foc i guspines. En comptes d'això, com que no estava ben segellat pel seu extrem, el pal de bambú va sortir volant, amb l'ensurt de l'emperador que creia que l'estaven atacant... Després de les disculpes pertinents, però, va seure i va pensar: i si invento una forma de fer volar tubs de bambú?

Parc del Fòrum, any 2021. Dinastia COVID. Cinc, quatre, tres, dos, un zero! El coet ple d'aigua surt volant. Els alumnes mesuren la distància del vol, agafen la calculadora i calculen la velocitat de sortida del coet.

I entre coet i coet van passar moltes coses, va aparèixer la cinemàtica de Galileo, i les lleis de la mecànica de Newton. I nosaltres utilitzarem ambdues per estudiar el moviment dels nostres coets d'aigua a reacció.

Una mica de teoria

Podem dir que les tres lleis de Newton van fundar la ciència (matematitzada) moderna. La primera trenca amb la tradició medieval heretada dels grecs sobre la causa del moviment. La segona ens proposa un mètode de càlcul relacionant causa (la força) i efecte (l'acceleració). Aquestes dues, però, ja havien estat com a mínim suggerides anteriorment. La tercera és totalment original de Newton: ens diu que si apliquem una força sobre un objecte, aquest ens aplica la mateixa força però en sentit contrari.



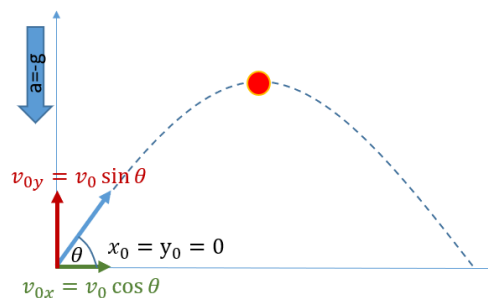
Imaginem que fem un salt cap a dalt sobre una barca que sura a l'aigua. En fer el salt nosaltres empentarem cap a baix la barca (s'enfonsa una mica). Això es causa directa de la tercera llei de Newton. Doncs bé, en el cas d'una ampolla amb aigua a pressió, a la qual li traiem el tap passa una cosa molt similar. És com si totes les molècules d'aigua "saltessin" des de l'ampolla cap en fora, passant pel forat. Això farà que l'ampolla es mogui en direcció contrària!¹

¹ Sent una mica més curiosos el que hem fet és pressuritzar l'aire dins el coet. Quan obrim el tap, la pressió de l'aire impel·leix l'aigua cap en fora, i per la tercera llei de Newton el coet es mou en direcció contrària.

Ja tenim la nostra ampolla en moviment impulsada durant uns instants per l'aigua que surt a pressió... però en el moment que s'acabi l'aigua del coet l'única força aplicada sobre l'ampolla serà la força de la gravetat². Això vol dir que: descriurà un moviment parabòlic!

Un moviment parabòlic és senzillament el moviment que fa una pedra llençada cap a dalt en sentit vertical ... però a la qual també li hem donat una petita embranzida horitzontal. Per tant és la combinació d'un Moviment Rectilini Uniformement Accelerat en el sentit vertical i un Moviment Rectilini Uniforme en sentit horitzontal.

Si llancem la nostra ampolla amb un cert angle θ , les velocitats en els eixos x i y seran respectivament $v_{0x} = v \cos \theta$ i $v_{0y} = v \sin \theta$ on v és la velocitat inicial en mòdul, i θ és l'angle amb què fem el llançament.



Donat que en l'eix vertical tenim l'acceleració de la gravetat podem escriure les següents equacions pel moviment en els eixos horitzontal i vertical:

Posició	Velocitat
$\begin{cases} x = v_0 \cos \theta \cdot t \\ y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$	$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \theta \\ v_y = v_0 \cdot \sin \theta - gt \end{cases}$

La distància a la qual arribarà l'ampolla vindrà determinada quan aquesta toqui el terra, és a dir, quan $y = 0$. D'aquí obtenim que l'ampolla toca el terra quan han passat $t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ segons des del llançament. Si ara substituïm aquest temps en l'equació de l'eix horitzontal obtenim, per la distància que recorre l'ampolla sobre el terra:

$$D = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

² ... i també la força de fregament! La considerarem negligible. El tractament de la força de fregament amb l'aire no és gens fàcil!

El nostre experiment



Per tal de fer volar el nostre coet d'aigua el primer que farem és... omplir-lo d'aigua. Un cop omplert li posarem un tap foradat pel qual hem fet passar un petit tub metàl·lic. Aquest tub està connectat a una manxa amb la qual podem pressuritzar l'aire dins l'ampolla. Quan la pressió és prou gran, el tap salta, i l'aigua surt a pressió a causa de l'aire pressuritzat que l'empeny... però nosaltres anirem encara una mica més enllà. Per tal de poder controlar la distància de vol omplirem les ampolles amb diferents quantitats d'aigua.

Mesurem!

Abans de començar cal omplir **tres coets** amb aigua. Això ho farem amb les garrafes que teniu a la vostra disposició a la **zona d'enlairament**. Per tal d'omplir les ampolles teniu uns embuts a la vostra disposició. Cal omplir les ampolles cadascuna fins a una marca:

- Una fins a $\frac{1}{4}L$, una altra fins a $\frac{1}{3}L$ i una darrera fins a $\frac{1}{2}L$.

Comencem l'experiment! Ja tenim les tres ampolles carregades d'aigua a diferents nivells. Ha arribat l'hora de l'enlairament, per fer això:

- Agafarem l'ampolla omplerta fins a $\frac{1}{4}$. Li posem el tap de suro.
- Recolzem l'ampolla a la llançadora, de forma que surti el tap i la rosca per la part inferior.
- Per últim, connectem la vàlvula de la bomba a la rosca de l'extrem del suro de l'ampolla.



L'ampolla amb el tap de suro i la rosca metàl·lica per enganxar la vàlvula de la bomba



Detall de la vàlvula de la bomba connectada a la rosca del suro

- Augmentarem la pressió dintre l'ampolla amb la manxa fins que el tap de suro no aguanti més i l'ampolla surti disparada.
- Farem el mateix amb les altres dues ampolles omplertes fins a diferents capacitats.

Un cop hem llençat les tres ampolles, podem **mesurar la distància** a la qual han arribat. Per fer això:

- Anirem a buscar la cinta mètrica a la taula del monitor.
- Un de vosaltres es quedarà a la llançadora agafant un extrem de la cinta.
- Un altre es desplaçarà amb el metro fins a cadascuna de les tres ampolles que heu llençat. Apuntareu la distància que ha recorregut cada ampolla en la taula que trobareu a l'apartat següent
- Un cop acabada la mesura recolliu la cinta mètrica *amb cura* i torneu-la a la taula d'on l'heu agafat.

Analitzem!

Amb les dades que hem obtingut podem calcular quina ha estat la velocitat inicial, tot aïllant-la de l'expressió que hem obtingut anteriorment:

$$v_0 = \sqrt{2Dg \sin \theta \cos \theta}$$

<i>Volum</i>	<i>Distància, D (m)</i>	<i>velocitat inicial, v_0 ($\frac{m}{s}$)</i>	<i>velocitat inicial ($\frac{km}{h}$)</i>
$V = \frac{1}{4}L$			
$V = \frac{1}{3}L$			
$V = \frac{1}{2}L$			

Compartiu la vostra mesura amb nosaltres. Després publicarem els resultats de tota la gent que ha participat en l'activitat!



visions.upc.edu/ca/steam-forum/activitats/estadistiques/estadistica-coets-daigua

Vull saber més!

... i l'alçada a la qual ha arribat el nostre coet?

Calculem ara a quina alçada ha arribat el coet a partir de l'angle de llançament i la velocitat amb què hem calculat que ha sortit el nostre coet. Per fer això ens cal recordar que l'alçada màxima és el moment en el qual el coet deixa de pujar per començar a baixar: és a dir quan la velocitat, positiva originalment, es fa negativa³ i, per tant, passa pel zero en el punt de màxima alçada:

$$v_y = v_0 \cdot \sin \theta - gt = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Fixem-nos en el fet que, com no podia ser d'una altra forma, aquest temps és la meitat del que triga a caure a terra: el moviment parabòlic és completament simètric respecte el punt de màxima alçada. Ara substituïm en l'equació de la posició en l'eix vertical, i obtenim:

$$y_{max} = v_0 \sin \theta \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g} - \frac{1}{2}g \left[\frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g} \right]^2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{g}$$

El resultat que heu obtingut té sentit (aproximadament)?

³ Hem agafat el nostre eix y apuntant cap a dalt, tal i com hem fet en el dibuix del principi del dossier.